ДИС Кирчев 20.11.12

полином
$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} - + a_n$

$p'(x) = n a_0 x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} - + a_{n-1}$

$p(0) = a_n$

$p'(0) = a_{n-1}$ 1

$p''(0) = 2a_{n-2}$ 1.2 (стриктно дефиниционна)

$p'''(0) = 6a_{n-3}$ 1.2.3

$p^k(0) = k!\, a_{n-k}$

$$P(x) = p(0) + \frac{p'(0)}{1!}x + \cdots \frac{p^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

полинома на Тейлър

$y = x - a$

$$p(x) = p(a) + \frac{p'(a)}{1!}(x-a) - + \frac{p^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

може да присъства остатък R_n

$$\varphi(t) = f(x) - \left(f(t) + \frac{f'(t)}{1!}(x-t) + \cdots \frac{f^{(n)}(t)}{n!}(x-t)^n\right.$$

Нека $\varphi(x) = 0$ и $\varphi(a) = R_n$ - остатък

$$\varphi'(t) = \frac{f^{(n+1)}(t)}{n!}(x-t)^n$$

Разглеждаме φ и ψ където $\psi' \neq 0 \in (a,x)$

$\exists \xi, \xi > 0$ т.ее

обобщена формула

$$\frac{\varphi'(3)}{\psi'(3)} = \frac{\varphi(a)-\varphi(x)}{\psi(a)-\psi(x)} = \frac{R_n - 0}{\psi(a)-\psi(x)} = \frac{R_n}{\psi(a)-\psi(x)}$$

$$\psi(t) = (x-t)^p, \quad \psi(a) = (x-a)^p; \quad \psi(x) = 0$$

$$R_n = -\frac{\psi(a)-\psi(x)}{\psi'(3)\,n!}(x-3)^n$$

$$R_n = \frac{(x-a)^p}{p\,n!}(x-3)^{n-p+1} f^{(n+1)}(3)$$

Ф на Шлемилх

полагаме $p = n+1 \Rightarrow$

$$R_n = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(3)$$

→ Лагранж

Общия член се стреми към 0
т.е. по Тейлор остатъка се стреми към 0

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$